

地下工程岩体质量评判的三支决策方法

毛华^{1,2}, 刘谦^{1,2}, 连萌璇^{1,2}, 王刚³, 张植明¹

(1. 河北大学 数学与信息科学学院, 河北 保定 071002; 2. 河北省机器学习与计算机智能重点实验室,
河北 保定 071002; 3. 河北大学 生命科学学院, 河北 保定 071002)

摘要: 为了提高地下工程评判效率, 利用三支决策的方法对地下工程岩体稳定性进行质量评判. 首先利用模糊相对比较决策对地下工程岩体进行总体排序; 其次通过贝叶斯决策规则做出期望损失最小的决策; 然后用三支决策对地下工程岩体质量评判, 得到分级结果; 最后将该模型运用到实际工程中, 验证该评判模型的科学性和可行性. 为以后计算机在岩体质量评判中更为深入的应用打好理论基础.

关键词: 三支决策; 岩体质量评判; 模糊决策; 贝叶斯准则

中图分类号: TP399; TU457

文献标志码: A

文章编号: 1000-1565(2023)03-0330-07

Three-way decision method for rock mass quality evaluation of underground engineering

MAO Hua^{1,2}, LIU Qian^{1,2}, LIAN Mengxuan^{1,2}, WANG Gang³, ZHANG Zhiming¹

(1. College of Mathematics and Information Science, Hebei University, Baoding 071002, China;
2. Hebei Key Laboratory of Machine Learning and Computer Intelligence, Baoding 071002, China;
3. College of Life Sciences, Hebei University, Baoding 071002, China)

Abstract: In order to improve the evaluation efficiency of underground engineering, the method of three-way decision is used to evaluate the stability of surrounding rock. Firstly, the surrounding rock of underground engineering is sorted by fuzzy relative comparison decision. Afterwards, the decision with the least expected loss is made by Bayesian decision rule. Then, the quality of surrounding rock of underground engineering is evaluated by three-way decision, and the classification results are obtained. At last, the model is applied to a practical project to verify the scientificity and feasibility of the evaluation model. It lays a good theoretical foundation for the further application of computer in surrounding rock quality evaluation.

Key words: three-way decision; rock quality evaluation; fuzzy decision; Bayesian criterion

近年来,关于地下工程岩体质量给出了许多可行的科学性评判方法^[1-5]. 对于地下工程岩体不同领域的研究也不断有新方法和新突破^[6-9]. 这些方法都在所属领域有着优秀的指引作用,但是就广泛性而言,这些方法由于在决策时采用的是二支思维,导致存在一定的局限.

三支决策作为一种基于人类认知过程的决策方法^[10-14],是通过“三分而治”思想,将人类解决问题时的思

收稿日期: 2021-11-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61572011); 河北省自然科学基金资助项目(A2018201117)

第一作者: 毛华(1963—),女,四川渠县人,河北大学教授,博士生导师,主要从事三支决策与形式概念分析等方向研究.

E-mail: mh@hbu.edu.cn

维模式进一步系统化,已成为人类处理不确定性问题代价较小的有效方法^[15-22]. 计算机的思维方式和发前提是已成功运用到许多领域^[23-25]的人工智能信息的提取,而三支决策采用人类思维方式,现已成为信息处理和分析的有效工具之一.

1 地下工程岩体质量评判模型的建立

1.1 用模糊数学的方法对岩体进行排序

根据影响地下工程岩体质量因素的5个指标以及国家标准^[26-27],设关于等级A的岩石质量最优指标为 $a_1=R_{\text{QD}}=95\%$ 、 $a_2=R_{\text{W}}=160\text{ MPa}$ 、 $a_3=K_{\text{V}}=0.875$ 、 $a_4=K_{\text{f}}=0.9$ 、 $a_5=\omega=5\text{ L}/(\text{min}\cdot 10\text{ m})$,记 $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 为 x . 需要说明的是,在出水量定量描述中,一般以10 m洞长渗水量为统计量(单位为 $\text{L}/(\text{min}\cdot 10\text{ m})$)代替原标准中单位渗水量.

定义1 设论域 $U=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 表示 n 个对象,其中每个 x_i 为岩体样本,相应于国家标准中的5个指标,质量因素指标 x_i 的实际取值记为 $\{b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}, b_{i4}, b_{i5}\}$,即 $x_i=\{b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}, b_{i4}, b_{i5}\} (i=1, 2, \dots, n)$.

1) x_i 与国家标准 $x=\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 的接近程度定义为 $|x_i - x| = \{|a_1 - b_{i1}|, |a_2 - b_{i2}|, \dots, |a_5 - b_{i5}|\} (i=1, 2, \dots, n)$.

2) 将 $\frac{|x_i - x|}{x_j} = \left\{ \frac{|a_1 - b_{i1}|}{b_{j1}}, \frac{|a_2 - b_{i2}|}{b_{j2}}, \dots, \frac{|a_5 - b_{i5}|}{b_{j5}} \right\}$ 记为 $f_i(x_j)$;相应地 $\frac{|x_j - x|}{x_i}$,记为 $f_j(x_i)$. 称 $(f_i(x_j), f_j(x_i))$ 为 x_i 和 x_j 与 x 的二元相对比较级,简称二元比较级.

定义2 设论域 $U=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, x_i 与 x_j 的二元比较级为 $(f_j(x_i), f_i(x_j))$,称

$$f(x_i | x_j) = \frac{f_j(x_i)}{f_i(x_j) \vee f_j(x_i)} \quad (1)$$

为模糊相对比较函数.

定义3 设论域 $U=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,记 $r_{ij}=f(x_i | x_j)$,则称以 r_{ij} 为元素的矩阵 $\mathbf{R}=(r_{ij})_{n \times n}$ 为模糊相及矩阵,于是,有

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & f(x_1 | x_2) & \cdots & f(x_1 | x_n) \\ f(x_2 | x_1) & 1 & \cdots & f(x_2 | x_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(x_n | x_1) & \cdots & f(x_n | x_{n-1}) & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

在模糊相及矩阵 \mathbf{R} 中,对 \mathbf{R} 的每行求下确界 \inf ,以最大下确界所在行对应的 x_i 为第1优越对象;划去第 i 行与第 i 列,得 $n-1$ 阶模糊相及矩阵,类似地找出第2优越对象;此法一直做下去,就可对 n 个对象进行总体排序. 具体算法过程如下:

算法1 对岩体对象优越排序算法

输入:模糊相及矩阵 $\mathbf{R}=(r_{ij})_{n \times n}$.

输出:岩体集合 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 的最优排序 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$.

Step 1 对 \mathbf{R} 的第 i 行求下确界

$$m_i = \inf \{f(x_i | x_1), f(x_i | x_2), \dots, f(x_i | x_{i-1}), 1, f(x_i | x_{i+1}), \dots, f(x_i | x_n)\}, (i=1, 2, \dots, n).$$

Step 2 对Step 1中所得到的 n 个 m_i 进行如下操作 $m = \max \{m_i | i=1, \dots, n\}$,由于 n 和 m_i 的有限性,一定存在一个 $i_0 \in \{i=1, \dots, n\}$,满足 $m_{i_0} = m$.

Step 3 对于第 i_0 行中一定存在 $j_0 \in \{i=1, \dots, m\}$,使得 $f(x_{i_0} | x_{j_0}) = m_{i_0} = m$. 将 $f(x_{i_0} | x_{j_0})$ 记为第1优越对象 u_1 . 将第 i_0 行和第 j_0 列从 \mathbf{R} 中划去,得到 \mathbf{R} 的子矩阵,记为 $\mathbf{R}(i, j)$.

Step 4 对 $R(i, j)$ 重复上面的 Step 1 至 Step 3, 直至找到第 n 个优越对象 u_n 为止.

Step 5 输出 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$.

可以将上述过程综述如下:

首先, 利用给定的岩体对象集, 建立二元比较级. 其次, 利用算法 1 将得到岩体进行最优排序.

1.2 用贝叶斯最小风险准则对评判结果进行三分

设通过模糊相对比较函数对 n 个对象优越排序结果为 $U' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, 其中决策因素所组成的集合为 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$.

本文采用贝叶斯分类器, 对得到的 $U' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 进行分类, 其分类原理是通过某对象的先验概率, 利用贝叶斯公式计算出其后验概率, 即该对象属于某一类的概率, 选择具有最大后验概率的类作为该对象所属的类.

由于每个 $u_i (i=1, 2, \dots, n)$ 均存在与国家工程岩体分级标准中的 5 个指标相应的数值, 依次为 $b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}, b_{i4}, b_{i5}$, 由此, 可以得到一个矩阵 $(b_{ij})_{n \times 5}$.

具体操作过程如下, 表 1 为文献[26-27]中的国家标准.

表 1 地下工程岩体等级分类标准

Tab. 1 Rock mass classification standards in underground engineering

等级	$R_{\text{QD}}/\%$	R_{W}/MPa	K_{V}	K_{f}	$\omega/(\text{L} \cdot (\text{min} \cdot 10 \text{ m})^{-1})$
I	90~100	120~200	0.75~1.00	0.8~1.0	0~5
II	75~90	60~120	0.45~0.75	0.6~0.8	5~10
III	50~75	30~60	0.30~0.45	0.4~0.6	10~25
IV	25~50	15~30	0.20~0.30	0.2~0.4	25~125
V	0~25	0~15	0.00~0.20	0.0~0.2	125~300

将表 1 中的每个区间值取平均值得到决策表, 见表 2.

表 2 决策表

Tab. 2 Decision table

等级	$R_{\text{QD}}/\%$	R_{W}/MPa	K_{V}	K_{f}	$\omega/(\text{L} \cdot (\text{min} \cdot 10 \text{ m})^{-1})$
I	95.0	160	0.88	0.9	3
II	82.5	90	0.60	0.7	8
III	62.5	45	0.38	0.5	18
IV	37.5	23	0.25	0.3	75
V	12.5	8	0.10	0.1	213

将表 2 中的每个值记为 $c_{kj} (k=1, \dots, 5; j=1, \dots, 5)$, 得到如下矩阵:

$$R(c_{kj}) = \begin{bmatrix} 95 & 160 & 0.88 & 0.9 & 3 \\ 82.5 & 90 & 0.60 & 0.7 & 8 \\ 62.5 & 45 & 0.38 & 0.5 & 18 \\ 37.5 & 23 & 0.25 & 0.3 & 75 \\ 12.5 & 8 & 0.10 & 0.1 & 213 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

将 $U' = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 中的任一个元 $u_i = \{b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{i5}\}$, 分别与 $R(c_{kj})_{5 \times 5}$ 中的每一行相应的元, 依据以下公式得到 u_i 属于 a_j 的概率 $(i=1, \dots, n; j=1, \dots, 5)$.

$$P(u_i | a) = \frac{P(u_i | a_j)P(u_i)}{\sum_{j=1}^5 (P(u_i | a_j)P(u_i))}, \quad (4)$$

$$\text{其中 } P(u_i) = \frac{\sum_{j=1}^5 b_{ij}}{\sum_{j=1}^5 c_{ij}}; P(u_i | a_j) = \frac{b_{ij}}{c_{ij}}; a = \{a_j | j=1, 2, 3, 4, 5\}.$$

设做出正确判断的代价为0,即 $\lambda_{PP} = \lambda_{NN} = 0$,令 $\lambda_{PP} = 3\lambda_{BP}$, $\lambda_{PN} = 6\lambda_{BN}$, $\lambda_{BN} = 2\lambda_{BP}$,则

$$\alpha = \frac{\lambda_{PN} - \lambda_{BN}}{(\lambda_{PN} - \lambda_{BN}) + (\lambda_{BP} - \lambda_{PP})} = \frac{10}{11}; \beta = \frac{\lambda_{BN} - \lambda_{NN}}{(\lambda_{BN} - \lambda_{NN}) + (\lambda_{NP} - \lambda_{BP})} = \frac{1}{2}.$$

可以得到如下结果:

- 1) 若 $P(u_i | a) \geq \frac{10}{11}$, 则 u_i 岩体质量等级为稳定;
- 2) 若 $P(u_i | a) \leq \frac{1}{2}$, 则 u_i 岩体质量等级为不稳定;
- 3) 若 $\frac{1}{2} \leq P(u_i | a) \leq \frac{10}{11}$, 则 u_i 岩体质量等级为一般.

根据上述结果,可以对岩体质量的稳定性进行判断.

1) 对于不稳定的岩体是不能转化为稳定的,直接建议用户不使用;

2) 对于一般的岩体,可以通过分析 $P(u_i | a_j)$, $P(u_i | a_j)$ 的数据以及两者关系,找出造成岩体 u_i 质量等级为一般的原因到底是哪个指标,再结合实际工程对不同指标的需求情况,给出是否对该工程可用岩体 u_i 的决定.

3) 对于稳定的岩体,可以直接提供给用户.

2 工程应用

例1 用文献[2]中的数据,以某市抽水蓄能电站的工程岩体作为评判对象.该电站分2期建成,分别设1条引水隧道,用独立地下厂房和开关站.以2期3组真实数据为样本,见表3.

表3 地下工程岩体学习样本数据

Tab. 3 Rock mass data of learning samples in underground engineering

编号	$R_{QD}/\%$	R_w/MPa	K_v	K_f	$\omega/(\text{L} \cdot (\text{min} \cdot 10 \text{ m})^{-1})$
1	71.8	90.1	0.57	0.45	0
2	51.0	40.2	0.38	0.55	10.5
3	52.0	25.0	0.22	0.52	12.0

下面将用本文的方法实现表3中地下工程岩体的质量评判.

设论域 $U = \{x_1, x_2, x_3\}$,其中 x_j 为表3中的样本对象 j ($j=1, 2, 3$).首先,通过算法1对3个地下工程岩体排序结果为 $\{x_1, x_3, x_2\}$,得到新的排序.

例如: x_1 与国家标准 $x = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 的接近程度为 $|x_1 - x| = \{|a_1 - b_{11}|, |a_2 - b_{12}|, \dots, |a_5 - b_{15}|\} = \{23.2, 69.9, 0.305, 0.45, 5\}$; x_2 与国家标准 $x = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 的接近程度定义为 $|x_2 - x| = \{|a_1 - b_{21}|, |a_2 - b_{22}|, \dots, |a_5 - b_{25}|\} = \{44, 119.8, 0.495, 0.35, 5.5\}$; 则 $\frac{|x_2 - x|}{x_1}$ 记为 $f_2(x_1) = 0.61$;

$\frac{|x_1-x|}{x_2}$ 记为 $f_1(x_2)=0.45$; 所以 x_1 和 x_2 的二元相对比较级为 $(f_2(x_1), f_1(x_2))=(0.61, 0.45)$. 它所表达的意思是, x_1 和 x_2 相对照, 如果把 x_1 与 x 的接近程度记为 0.61, 那么 x_2 与 x 的接近程度应记为 0.45.

如此 x_1 和 x_2 的模糊相对比较函数为 $f(x_2|x_1)=\frac{f_1(x_2)}{f_2(x_1)\vee f_1(x_2)}=0.74$.

以此类推, 可得论域 $U=\{x_1, x_2, x_3\}$ 的模糊相及矩阵如下:

$$R=\begin{pmatrix} 1 & 0.95 & 0.62 & 0.53 & 0.71 \\ 0.74 & 1 & 0.42 & 0.42 & 0.54 \\ 0.73 & 0.33 & 1 & 0.61 & 0.43 \end{pmatrix}.$$

用算法 1 对 R 进行对象优越排序, 结果如下表 4.

表 4 用算法 1 对表 3 进行排序的结果

Tab. 4 Results of sorting Tab. 3 with Algorithm 1

样本	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
u_1	71.8	90.1	0.57	0.45	0
u_2	52.0	25.0	0.22	0.52	12.0
u_3	51.0	40.2	0.38	0.55	10.5

采用公式(4)分别计算岩体 $u_i (i=1, 2, 3)$ 属于等级 I、II、III、IV、V 的概率.

例如: 计算 u_1 属于等级 I 的概率 $P(u_1|a_1)$ 如下:

$$P(u_1) = \frac{\sum_{j=1}^5 b_{1j}}{\sum_{j=1}^5 c_{1j}} = \frac{71.8 + 90.1 + 0.57 + 0.45 + 0}{95 + 160 + 0.88 + 0.9 + 3} = 0.63,$$

$$P(u_1|a) = \frac{P(u_1|a_1)P(u_1)}{\sum_{j=1}^5 (P(u_1|a_j)P(u_1))} = \frac{0.76 \times 0.63}{(0.76 + 0.56 + 0.65 + 0.50 + 0) \times 0.63} \approx 0.31,$$

$$P(u_1|a_1) = \frac{b_{11}}{c_{11}} = \frac{71.8}{95} = 0.76.$$

同样地可以算出 u_1 属于其他等级的概率, 以及其他 2 个样本分别属于等级 I、II、III、IV、V 的概率, 其结果见表 5.

表 5 岩体样本分别属于 5 个等级的概率

Tab. 5 Probability of rock samples belonging to 5 grades

样本	$P_{(u a_1)}$	$P_{(u a_2)}$	$P_{(u a_3)}$	$P_{(u a_4)}$	$P_{(u a_5)}$
u_1	0.31	0.25	0.21	0.20	0.21
u_2	0.10	0.18	0.23	0.26	0.28
u_3	0.10	0.16	0.19	0.21	0.22

由表 5 可得, $\frac{1}{2} \leq P(u_i|a) \leq \frac{10}{11}$, 3 个岩体样本 u_1, u_2, u_3 的质量等级分别为 II、III、III.

评判结果与文献[2]的评判结果相同. 表明了本文给出的岩体质量评价的三支决策模型的有效性. 本文中岩体质量评判指标有 5 个, 虽然从数量上比文献[2]约简后的评判指标 3 个多 2 个, 但是本文总体评判方法的复杂度为 $O(5n^2)$ (由于每个对象岩体都需要考虑 p 个质量评判指标, 本文中的 $p=5$, 所以本文总体评

判方法的复杂度为 $O(pn^2)=O(5n^2)$),远远小于文献[2]的 $O(2^{5n})$.

表 6 为本文评判模型与文献[2]和文献[4]评判模型的比较.

表 6 某市抽水蓄能电站 2 期 3 组地下工程岩体质量评判结果
Tab. 6 Rock mass quality evaluation results of three groups of underground engineering
in pumped storage power station phase 2 of a city

编号	$R_{QD}/\%$	R_w/MPa	K_f	优属度 u_j	评判结果		
					本文	文献[2]	文献[4]
1	0.718	0.4505	0.45	0.6427	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ
2	0.510	0.2010	0.55	0.3220	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ
3	0.520	0.1250	0.52	0.2866	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ

根据表 6 可以看出,本文三支决策评判模型与文献[2]和文献[4]评判结果相同,说明本文所给地下岩体的评判模型是有效的和可靠的.

本文方法与文献[2]和文献[4]的方法具体对比结果见表 7.

表 7 本文与文献[2]和文献[4]方法数据对比结果
Tab. 7 Results are compared with the data in [2] and [4]

评判模型	评判指标/个	复杂度
本文	5	$O(5n^2)=O(45)$
文献[2]	5,约简后 3	$O(2^{5n})=O(32768)$
文献[4]	8	$O(64n^2)=O(576)$

从表 7 可以看出 $45<576<32768$,说明本文方法在复杂度方面远远优于文献[2]和文献[4]中的方法,即本文方法评判效率高.

3 结 语

本文通过三支决策的方法对地下工程岩体质量进行评判,根据贝叶斯准则对地下工程岩体样本进行三分:稳定、一般和不稳定.较国家标准工程岩体的 5 个等级而言,三分更加符合人类的思维模式.本文的算法过程也完全可以计算机化,算法针对对象不仅可以是地下工位岩体样品,还可以是其他对象,说明本文所建模型的方法适用范围,除地下工程岩体外,还可以拓展到其他工程的质量评判中.

参 考 文 献:

[1] 陈庆发,尹庭昌,高远.地下矿山裂隙岩体结构均质区三维划分方法研究[J].岩土力学,2019,8:3181-3188. DOI:10.1685/j. rsm. 017. 598.

[2] 邬书良,陈建宏,周智勇,等.约简概念格与模糊优选在地下工程岩体质量评判中的应用[J].中南大学学报(自然科学版),2015,46(10):3872-3878. DOI: 10.11817/j. issn. 1672-7207. 2015. 10. 042.

[3] 周坦,胡建华,匡也.基于模糊 RES-多维云模型的岩体质量评判方法与应用[J].中国有色金属学报,2019,29(8):1771-1780. DOI:10.19476/j. ysx. 1004. 0609. 2019. 08. 22.

[4] 陈顺满,吴爱祥,王貽明,等.基于粗糙集和改进功效系数法的岩体质量评价[J].华中科技大学学报(自然科学版),2018,46(7):36-41. DOI:10.13245/j. hust. 180707.

[5] 陈武,晏鄂川,崔学杰,等.基于变权重区间模糊评判法的岩体质量评价[J].人民长江,2018,49(18):69-74. DOI:10.16232/j. cnki. 1001-4179. 2018. 18. 014.

- [6] 甘一雄. 地下工程岩体破裂声发射参数表征研究与定位方法优化[D]. 北京: 北京科技大学, 2020.
- [7] 李建斌, 郑赢豪, 荆留杰, 等. 基于岩体聚类分级的 TBM 掘进参数预测方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(S2): 3326-3337. DOI:10.13722/j.cnki.jrme.2019.1143.
- [8] 王凤云. 深埋隧道软弱围岩稳定性分析及其锚固控制研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(10): 2160. DOI:10.13722/j.cnki.jrme.2020.0109.
- [9] 张嶙, 李邵军, 徐鼎平, 等. 双江口水电站主厂房开挖初期围岩变形破裂与稳定性分析研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40(3): 520-532. DOI:10.13722/j.cnki.jrme.2020.0429.
- [10] YAO Y Y. Three-way decision and cognitive computing[J]. Cognitive Computation, 2016, 8(4): 543-554. DOI:10.1007/s12559-016-9397-5.
- [11] YAO Y Y. Three-way decision: An interpretation of rules in rough set theory[M]//International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology, Berlin: Springer-Verlag, 2009: 642-649. DOI: 10.6040/j.issn.1672-3961.1.2014.250.
- [12] YAO Y Y. An outline of a theory of three-way decisions[M]//International RSCTC Conference, Berlin: Springer-Verlag, 2012: 1-17. DOI:10.1007/978-3-642-32115-3_1.
- [13] 毛华, 郑珍, 刘晓庆. 一种决策形式背景中挖掘决策规则的新方法[J]. 河北大学学报(自然科学版), 2021, 41(1): 1-6. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1565.2021.01.001
- [14] 毛华, 武秀. 三支概念的一种构建方法[J]. 智能系统学报, 2020, 15(3): 514-519. DOI: 10.11992/tis.201904022.
- [15] 袁路妍, 李锋. 基于双论域信息系统的三支决策增量式更新算法[J]. 计算机应用与软件, 2021, 38(3): 269-278. DOI: 10.3969/j.issn.1000-386x.2021.03.041.
- [16] 曾婷, 唐孝, 谭阳等. 相似度三支决策模糊粗糙集模型的决策代价研究[J]. 智能系统学报, 2020, 15(6): 1068-1078. DOI: 10.11992/tis.201909015.
- [17] 刘盾, 李天瑞, 梁德翠, 等. 三支决策的时空性[J]. 智能系统学报, 2019, 14(1): 141-149. DOI: 10.11992/tis.201804045.
- [18] 陈玉金, 徐吉辉, 史佳辉, 等. 基于直觉犹豫模糊集的三支决策模型及其应用[J]. 计算机科学, 2020, 47(8): 144-150.
- [19] 薛占熬, 张敏, 赵丽平, 等. 集对优势关系下多粒度决策粗糙集的可变三支决策模型[J]. 计算机科学, 2021, 48(1): 157-166.
- [20] 张师鹏, 李永忠, 杜祥通. 基于半监督学习和三支决策的入侵检测模型[J]. 计算机应用, 2021, 41(9): 2602-2608. DOI: 10.11772/j.issn.1001-9081.2020111883.
- [21] 王琴, 刘盾. 结合集成学习的序贯三支情感分类方法研究[J]. 计算机工程与应用, 2021, 57(23): 211-218. DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2006-0324.
- [22] 张春英, 冯晓泽, 刘洋, 等. 一种新的三支扩展 TAN 贝叶斯分类器[J]. 小型微型计算机系统, 2021, 42(3): 485-490. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1220.2021.03.
- [23] 鲁淑霞, 蔡莲香, 张罗幻. 基于动量加速零阶减小方差的鲁棒支持向量机[J]. 计算机工程, 2020, 46(12): 88-95. DOI:10.19678/j.issn.1000-3428.0056286.
- [24] 邢红杰, 郝忠. 基于全局和局部判别对抗自编码器的异常检测方法[J]. 计算机科学, 2021, 48(6): 202-209. DOI: 10.11896/jsjx.200400083.
- [25] 鲁淑霞, 张罗幻, 蔡莲香, 等. 带有方差减小的加权零阶随机梯度下降算法[J]. 河北大学学报(自然科学版), 2019, 39(5): 536-546. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1565.2019.05.015.
- [26] 中华人民共和国水利部. 工程岩体分级标准(GB/T50218—2014)[S]. 北京: 中国计划出版社, 2014.
- [27] 中华人民共和国水利电力部. 水工隧洞设计规范(SL279—2016)[S]. 北京: 水利电力出版社, 2016.
- [28] BENRHDARD G, RUDOLF W. Formal concept analysis: mathematical foundations [M]. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999.
- [29] ZHANG W X, WEI L, QI J J. Attribute reduction theory and approach to concept lattice[J]. Science in China Series F-Information Science, 2005, 48(6): 713-726.

(责任编辑: 孟素兰)